# 氘核诱导的轻复合核粒子发射一致性 描述

# 一.轻复合核粒子发射的计算方法

由于不同反应的反应时间不同,可以将其看作是这几个非相干项的叠加:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma^{\rm DIR}}{dE} + \frac{d\sigma^{\rm PE}}{dE} + \frac{d\sigma^{\rm CN}}{dE}$$
(1)

以此对应的是直接反应、预平衡与复合核过程。在DEURACS中采用Kalbash的半经典模型 估算直接拾取反应。其他的直接过程如敲出反应,这里不作考虑。

我们将预平衡与复合核过程放在一起考虑。在氘核诱导反应中,涉及到3种不同的复合核 (即吸收质子,中子或者整个氘核)。则截面的能谱可以表示为:

$$\frac{d\sigma^{\rm PE+CN}}{dE} = \frac{d\sigma^{\rm PE+CN}_{d+A}}{dE} + \frac{d\sigma^{\rm PE+CN}_{p+A}}{dE} + \frac{d\sigma^{\rm PE+CN}_{n+A}}{dE}$$
(2)

其中每一项的截面都可以这么来表述:

$$\frac{d\sigma_{i+A}^{\text{PE+CN}}}{dE} = \sigma_{(d, \text{ rea })} R_{i+A} \frac{dP_{i+A}^{\text{PE+CN}}}{dE} \quad \text{with } i = d, p, n$$
(3)

其中, $\sigma_{(d, \text{rea})}$ 为使用光学势计算得到的总的反应截面,而 $R_{i+A}$ 是吸收粒子i的形成分数 (formation fraction),  $\frac{dP_{i+A}^{\text{PE+CN}}}{dE}$ 为发生该反应时以特定出射的能量的概率分布。而  $R_{i+A}$ 可以表示为:

$$R_{d+A} = \frac{\sigma_{(d, \text{ rea })} - \sigma_{\text{BU}}}{\sigma_{(d, \text{ rea })}}$$

$$R_{p+A} = \frac{\sigma_{p-\text{NEB}}}{\sigma_{(d, \text{ rea })}}$$

$$R_{n+A} = \frac{\sigma_{n-\text{NEB}}}{\sigma_{(d, \text{ rea })}}$$
(4)

其中 $\sigma_{BU}$ 是破裂反应的总截面(包含弹性与去弹性破裂反应), $\sigma_{p-NEB}, \sigma_{n-NEB}$ 分别 是其他两个反应的去弹性破裂截面。其中 $\sigma_{(d, \text{rea})}$ 可以使用Glauber模型计算。在DEURACS 中,也使用了这个方法计算。

氘核被靶核吸收的情况下,整个复合核将会有一个确定的能量,这样 $\frac{dP_{d+A}^{\text{PE+CN}}}{dE}$ 可以直接通过下式计算:

$$\frac{dP_{d+A}^{\rm PE+CN}}{dE} = \frac{1}{\sigma_{(d, \rm rea\,)}} \frac{d\sigma_d^{\rm PE+CN}}{dE}$$
(5)

其中,  $\frac{d\sigma_d^{\text{PE+CN}}}{dE}$  是通过基于Kalbath公式的双组分激发模型与Hauser-Feshbash统计模型 计算得到的。此外, DEURACS还将Iwamoto与Harada(IH)提出的团簇发射模型与该模型进 行整合。该模型加强了LCP过程。具体过程我们将在后面进行介绍。

与氘核不同的是,质子与中子被吸收情况下并不是一个固定的值,而是具有一个能量分布。将这些分布考虑在内我们给出:

$$\frac{dP_{p+A}^{\text{PE+CN}}}{dE} = \int dE_p f_p \left(E_p\right) \frac{1}{\sigma_{(p,\text{rea})}} \frac{d\sigma_p^{\text{PE+CN}}}{dE} 
\frac{dP_{n+A}^{\text{PE+CN}}}{dE} = \int dE_n f_n \left(E_n\right) \frac{1}{\sigma_{(n,\text{rea})}} \frac{d\sigma_n^{\text{PE+CN}}}{dE}$$
(6)

其中 $E_p$ ,  $E_n$ 分别为被吸收质子与中子的能量,而 $f_n(E_n)$ ,  $f_p(E_p)$ 这样我们获得了对应的 归一化的能量分布。这两项可以通过非弹性散射破裂过程中发射的中子与质子通过Glauber模 型计算的能谱获得。而其能量微分截面的计算方式与上面计算氘核的方式是一致的。

# 二.Iwamoto-Harada团簇发射模型

他们将IH模型引入到DEURACS这一框架内,以描述预平衡过程中的团簇发射。为简化模型我们只考虑预平衡过程只发射一个粒子。同时在IH模型中并没有区分中子、质子的激子,粒子b的能谱能够表示为:

$$\frac{d\sigma_b^{IH}}{d\epsilon} = \sigma_{CN} \sum_n W_b(p,h,\epsilon) P(p,h)$$
(7)

其中 $\epsilon$ 为粒子b的能量;  $\sigma_{CN}$ 为复合核形成截面;  $W_b$ 为粒子b的发射率; p与h分别是粒子与空穴的数量, n = p + h; P为时间积分占用概率 (time-integer occupation probability),可以的求解参考Progress in Developing Nuclear Reaction Calculation Code CCONE for High Energy Nuclear Data Evaluation。

而Wb可以表示为

$$W_b(p,h,\epsilon) = rac{2s_b+1}{\pi^2\hbar^3} \mu_b \epsilon \sigma_b(\epsilon) rac{\sum_{l=1}^{A_b} F_{l,A_b-l}(\epsilon) \omega(p-l,h,U)}{\omega(p,h,E)}$$
(8)

其中 $s_b$ ,  $\mu_b$ ,  $\sigma_b$ ,  $A_b$ 分别是粒子b的自旋、约化质量、反应截面与质量数;  $F_{l,A_b-l}$ 是团簇的 形成因子, l是参与团簇形成的核子的数量,  $A_b - l$ 是剩余核的核子数量;  $\omega$ 是粒子的态密 度; U和E分别是剩余核与复合核的激发能。

根据HI模型可以将团簇的形成因子表示为:

$$F_{l,A_b-l}(\epsilon) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3(A_b-1)}} \int_{S} \prod_{i=1}^{A_b-1} d\xi_i d\mathbf{p}_{\xi_i}$$
(9)

其中 $\xi_i$ 为 $A_b - 1$ 的相对坐标,同理p为对应的动量。而动量的范围为

$$egin{array}{ll} p_i \geqslant p_f & ext{ for } & 1\leqslant i\leqslant l \ p_i < p_f & ext{ for } & l+1\leqslant i\leqslant A_b \end{array}$$

其中pf为对应的费米动量。坐标范围

$$r_i \leqslant R_{\rm res} + \Delta R$$
 (11)

# 三.模型中的输入参数

核子-原子核光学势使用的是KD模型,对于入射氘核使用An与Cai的光学势,对于α粒子使用的是Avrigeanu等人的数据,对于氚核与<sup>3</sup>*He*则使用Kunieda等人提出的核子光学势的简化折叠势模型;对于高激发态原子核的能级密度,采取了Gilbert-Cameron复合公式与费米 气体模型。

IH模型中唯一一个可调的参数 $\Delta R$ ,在先前的有关<sup>27</sup>Al上的中子诱导反应LCP发射中确定。对于氚或氦3,可取0.60;对于 $\alpha$ 粒子,可取0.75。我们假设该值与靶核的质量数无关。另外根据Kalbach的半经验模型,对于氘核诱导反应,引入一个额外的归一化项 $C_a$ 

$$C_a = \frac{1}{(2s_a + 1)A_a^2}$$
(12)

其中 $s_a$ ,  $A_a$ 分别是弹核的自旋与质量数。对于氘核而言 $C_a = \frac{1}{12}$ , 直接拾取反应部分的绝对值就要乘以这个值。

下面我们通过拟合70MeV与80MeV下的实验数据,对模型的成分进行了归一化。得到对于 <sup>27</sup>Al,<sup>58</sup>Ni的所有的LCP的归一化常数均分别为2.0与1.0,而对于<sup>90</sup>Zr, 氚核与氦3的归一 化常数是1.0,对于α粒子来说为0.5。

# 四.结果与讨论

#### 4.1 预平衡团簇发射过程的影响

在讨论破裂过程之前,我们先研究了预平衡团簇发射过程的影响,下面是实验与计算得到的 $(d,xt), (d,x^3He), (d,\alpha)$ 反应的能谱



比较了两种不同计算下得出的预平衡与复合核成分截面之和。其中PE+CN为不使用HI模型的情况,PE+CN(IH)为使用IH模型的情况。(这里都没有考虑破裂过程,而橙线为考虑了破裂过程的情况。)尽管计算结果明显与实验结果不一致,但是能够看到使用IH模型,对于 (*d*,*xt*),(*d*,*x*<sup>3</sup>*He*)显著提高了截面的计算值,而对于(*d*,*α*)而言,在15MeV内的峰值不受影响,而在大于20MeV的时可以看到不同。从这些结果可以看出,预平衡团簇发射过程对于 氘核诱导反应中LCP发射有着很大的影响。

### 4.2 破裂反应的影响

在上面我可以看到PE+CN(IH+BU)很好的再现了实验数据的低能部分。这说明在LCP中 破裂反应也有着重要作用。本文结果表明,在适当考虑氘核破裂过程的情况下,氘核诱导反 应中预平衡与复合核过程的LCP发射可以使用与核子诱导反应相同的理论模型来描述。为处 理该过程我们将计算的能谱分为上面(2)式提到的3个部分,即



考虑到不同反应的形成分数*R<sub>i+A</sub>*是不同的,*R<sub>d+A</sub>*,*R<sub>p+A</sub>*,*R<sub>n+A</sub>*分别为0.5、0.2、0.2。这里氘核吸收的截面是占主导位置,而其他的成分几乎可以忽略不计。这个关系可以通过吸收氘核与核子之间能量上的差异说明。吸收氘核表示入射的能量全部被靶核吸收,所以复合核的激发能就要比只吸收部分的高,所以发射粒子的概率就高。比率的能量依赖性定义为

$$egin{aligned} F_{(a,xb)}\left(E_{a}
ight) &= \left(rac{\sigma_{(a,xb)}^{ ext{PE+CN}}\left(E_{a}
ight)}{\sigma_{(a, ext{ rea })}\left(E_{a}
ight)}
ight) / \left(rac{\sigma_{(d,xb)}^{ ext{PE+CN}}\left(E_{ ext{in}}
ight)}{\sigma_{(d, ext{ rea })}\left(E_{ ext{in}}
ight)}
ight) \ ext{with } a &= p,n \ b &= t, {}^{3} ext{He}, lpha, \end{aligned}$$



这张图表明了不同反应道中,不同粒子吸收对反应的贡献。可以发现在**α**粒子能够在比较低能量下发射(这也说明了为什么(*d*, *α*)中n与p贡献相对较高。而发射氚核与氦3比较低时,能量阈值比较高。但是值得注意的是,当入射能量比较大时,这个的影响不可忽略。

### 4.3 直接拾取反应



加上了直接拾取反应之后,计算结果能够很好的重现实验数据。但是这部分是通过唯象模型拟合实验数据得到的。下图绘制了不同组分与实验数据的比值关系。



可以发现直接拾取反应占比在计算过的组分中并没有那么高,值得注意的是 $\alpha$ 粒子直接反应 贡献的比例甚至没有到0.1,在大多数情况下直接反应的贡献并没有那么大,所以DEURACS 系统在绝大多数情况下是可信的。而还可以发现DEURACS(BU)与DEURACS(BU+IH) 比较可以发现在发射 $\alpha$ 粒子时,两者最为接近,这是由于 $\alpha$ 粒子发射主要发生在复合核过程 中。另外在还可以发现随着靶核质量数增加,DEURACS(BU+IH)与DEURACS(IH)的 差异在变小。这是由于在当前能量值下,反应截面贡献以氘核诱导反应为主导,而这意味着截面在很大程度上取决于氘核吸收形成分数 $R_{d+A}$ ,通过计算我们可以发现其随着质量数的增加而增加,对于<sup>27</sup>Al,<sup>58</sup>Ni,<sup>90</sup>Zr依次为0.35、0.43、0.52。(可能的解释是,他认为破裂反应发生在靶核的外围区域,而总反应截面主要由靶核的几何截面决定的,一个是一次项,一个是二次项,总截面二次项增长的更快。)